



# Radiopropagação

1º Semestre 08/09

## Formulário

NOTA: Inclui apenas as expressões usadas ou deduzidas nas aulas práticas. Exclui tópicos extra e correspondentes expressões apresentadas nas aulas teóricas.

### Propagação em Espaço Livre

- Potência recebida:  $P_r = \frac{P_e G_e G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2}$
- Fórmula de Friis:  $\left( \frac{P_r}{P_e} \right)_{\text{dB}} = (G_e)_{\text{dB}} + (G_r)_{\text{dB}} - 21.984 - 20 \log \left( \frac{d}{\lambda} \right)$
- Campo máximo:  $E = \frac{\sqrt{60 P_e G_e}}{d}$
- Radar monoestático:  $\frac{P_r}{P_e} = \frac{G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 d^4}$
- Radar biestático:  $\frac{P_r}{P_e} = \frac{G_e G_r \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 d_1^2 d_2^2}$

### Reflexão no Solo

- Coeficientes de Fresnel:  $\Gamma_H = \frac{\sin \psi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}{\sin \psi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}$   
 $\Gamma_V = \frac{n^2 \sin \psi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}{n^2 \sin \psi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \psi}}$
- Ângulo de Brewster:  $\psi_B = \cos^{-1} \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$
- Radar a baixa altitude:  $\frac{P_r}{P_e} = 4\pi \frac{G^2 \sigma}{\lambda^2} \frac{(h_1 h_2)^4}{d^8}$
- Zona de Interferência (Terra Plana)

Campo:  $E = E_d [1 + |\Gamma| \exp(j\phi)]$  com  $\phi = \arg \{\Gamma\} - k\Delta r$  e  $\Delta r \approx \frac{2h_1 h_2}{d}$

Cr terio:  $\Delta\phi \ll 1$  com  $\Delta\phi \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \frac{d}{a}$

Extremos do campo:  $d_n = \frac{4h_1 h_2}{(n-1)\lambda}$  com  $n = 2, 3, \dots$

Máximos:  $n$  par,  $\left(\frac{E}{E_d}\right)_{\max} = 1 + |\Gamma|$

Mínimos:  $n$  ímpar,  $\left(\frac{E}{E_d}\right)_{\min} = 1 - |\Gamma|$

- Zona de Interferência (Terra Esférica)

Campo:  $E = E_d \left[ 1 + |\Gamma_e| D \exp(j\Delta\phi) \right]$  com  $\Delta\phi = \arg\{\Gamma_e\} - k\Delta r$  e  $\Delta r \approx \frac{2h'_1 h'_2}{d}$

Factor de reflexão:  $\Gamma_e \approx \Gamma_H, \Gamma_V$  se  $2\pi \frac{a}{\lambda} \frac{\sin^3 \psi}{\cos^2 \psi} > 1$

Ponto especular: 
$$\begin{cases} d_1^3 - \frac{3}{2} d d_1^2 + \left[ \frac{d^2}{2} - a(h_1 + h_2) \right] d_1 + h_1 d a = 0 \\ d_2 = d - d_1 \end{cases}$$

Aproxima  o:  $d_{l_{TE}} = d_{l_{TP}} + S$  com  $S = - \frac{d_{l_{TP}}^3 - \frac{3}{2} d d_{l_{TP}}^2 + \left[ \frac{d^2}{2} - a(h_1 + h_2) \right] d_{l_{TP}} + h_1 d a}{3d_{l_{TP}}^2 - 3d d_{l_{TP}} + \left[ \frac{d^2}{2} - a(h_1 + h_2) \right]}$

Diverg ncia:  $D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2d_1 d_2}{ad \sin \psi}}}$

Alturas corrigidas:  $h'_{1,2} = h_{1,2} - \frac{d_{1,2}^2}{2a}$ , com  $a = 6370$  km

Extremos do campo:  $d_n = \frac{4h'_1 h'_2}{(n-1)\lambda}$  com  $n = 2, 3, \dots$

## Dispers o em Superf cies Rugosas

- Cr terio de Rayleigh:  $\frac{h}{\lambda} \sin \psi \ll 1$

- Parámetro de rugosidade:  $s = \frac{2h_e}{l}$

-  rea efectiva de dispersão (AED):  $\frac{\delta P_s}{\delta P_{s_M}} = e^{-\tau^2}$  ou  $\tau = \sqrt{-\frac{\delta P_s}{\delta P_{s_M}} \bigg|_{dB} \frac{\ln(10)}{10}}$

- Dimensões da AED:  $y_t = \tau sh$

$$x_l = -\frac{h}{2\tau s} + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2\tau s}\right)^2}$$

$$\text{Se } t \gg 2\tau \text{ então } x_l \approx \frac{\tau s}{h} \left(\frac{d}{2}\right)^2, \text{ se } t \ll 2\tau \text{ } x_l \approx \frac{d}{2} - \frac{h}{2\tau s}$$

- Secção eficaz de dispersão:  $\frac{\sigma}{\sigma_M} = e^{\frac{t^2 u^2}{(1-u^2)^2}}$  com  $u = \frac{x}{d/2}$  e  $t = \frac{1}{s} \frac{h}{d/2}$
- Potência dispersada:  $\frac{P_s}{P_d} = \int_{-1}^1 f(t,u) du$  com  $f(t,u) = \frac{t}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp\left[-\frac{t^2 u^2}{(1-u^2)^2}\right]}{(1-u^2)^2}$
- Radar clutter:  $\frac{P_c}{P_d} = |\Gamma|^2 \frac{G_c^2}{G_A^2} \phi_1 \frac{1}{h^2} \frac{d_A^4}{\sigma_A} \exp\left[-\left(\frac{\rho_1}{sh}\right)^2\right]$

### Difracção em Obstáculos

- Elipsóides de Fresnel:  $D_n \approx \sqrt{\frac{4n\lambda d_1 d_2}{d}}$
- Folga:  $\bar{x} = \frac{(h_1 - h_{\text{obst}})d_2 + (h_2 - h_{\text{obst}})d_1}{d}$
- Impedimento:  $v = -h_e$  com  $h_e = \sqrt{\frac{kd}{\pi d_1 d_2}} \bar{x}$
- Intensidade:  $I \approx \left(\frac{0.225}{v}\right)^2$  se  $v > 5$
- Zona de Fresnel:  $\Delta\phi = \frac{k}{8} \frac{(h_{\text{obst}} - h_2)^4}{d_2^3} \ll 1$

### Difracção à Superfície da Terra

- Campo em espaço livre do emissor de referência:  $E_{0_{\text{r.m.s.}}} = \frac{300}{d} [\text{Vm}^{-1}]$
- Potência radiada:  $P_r = \eta P_e$
- Antenas ao solo:  $h_1 = h_2 = 0$
- Directividade do monopólo:  $D_{\text{mono}} = 2D_{\text{dip}}$
- Antenas sobrelevadas:  $E_{\text{r.m.s.}} = 2 \times \frac{\sqrt{30P_e G_e}}{d}$

## Refracção na Baixa Atmosfera

- Índice de refacção:  $n(h) = 1 + 315 \times 10^6 e^{-0.136h}$  com  $[h] = \text{km}$
- Refractividade:  $N = (n - 1) \times 10^6$

$$N = \frac{77.6}{T} \left( p + 4810 \frac{e}{T} \right) \text{ com } [p] = \text{mbar}, [e] = \text{mbar} \text{ e } [T] = \text{K}$$

- Raio equivalente da Terra:  $a_e = Ka$  com  $K = \frac{1}{1 + \frac{a}{n_0} \left( \frac{dn}{dh} \right) \Big|_{h=0}}$  com  $n_0 = n(h=0)$
- Raio de curvatura:  $\rho \approx \frac{K}{K-1} a$
- Gradiente vertical da refractividade:  $\frac{dN}{dh} = -\frac{n_0}{a} \left( \frac{K-1}{K} \right) \times 10^6$
- Desvio:  $\Delta \approx \frac{d^2}{2a} \left( \frac{K-1}{K} \right)$
- Refractividade modificada:  $M(h) \approx N(h) + \frac{h}{a} \times 10^6$
- Equação da trajectória:  $z = \int_{h_E}^h \frac{1}{\pm A \sqrt{M - M'}} dh'$   
com  $A = \sqrt{2} \times 10^{-3}$  e  $M' = M(h_E) - \frac{\alpha_E^2}{2} \times 10^6$
- Perfil linear:  $M = M_0 + \mu h$ , então  $z = \frac{2}{\pm A \mu} \left( \sqrt{\mu h + b} - \sqrt{\mu h_E + b} \right)$  com  $b = -\mu h_E + \frac{\alpha_E^2}{2} \times 10^6$

## Propagação em Ductos

- Ducto sobrelevado:  $m^2(l) = m_0^2 - m_0 \mu l^2$  com  $l = h - h_0$
- Perfil parabólico  $m(l) \approx m_0 - \frac{\mu}{2} l^2$
- Solução da equação de onda:  $\psi(l) = H_i \left( \sqrt{2} \frac{l}{w} \right) e^{-\frac{l^2}{w^2}}$ , com  $w^2 = \frac{2}{k_0 \sqrt{m_0 \mu}}$
- Frequências de corte:  $f_{c_i} = (2i+1) \frac{\sqrt{m_0 \mu}}{2\pi m_0^2} c$
- Critério de captação ( $i=1$ ):  $\frac{\psi(l_m)}{\psi_{\max}} = e^{-\frac{l_m^2}{w^2}} \leq 1\%$

- Ducto superficial:  $m^2(h) = m_0^2(1 - 2\mu h)$
- Perfil linear  $m(h) \approx m_0(1 - \mu h)$
- Solução da equação de onda:  $\psi(h) = p \text{Ai}(v)$ , com  $p = (2b)^{-2/3}$  e  $b = k_0^2 m_0^2 \mu$
- PH:  $v = \rho_i + (2b)^{1/3} h$
- PV:  $v = \rho'_i + (2b)^{1/3} h$

$i$	$\rho_i$	$\rho'_i$
1	-2.3381	-1.0188
2	-4.0879	-3.2482
3	-5.5206	-4.8201
4	-6.7867	-6.1633

- Frequências de corte:  $f_{c_i} = |\rho_i|^{3/2} \frac{\mu c}{\pi m_0}$  (PH);  $f_{c_i} = |\rho'_i|^{3/2} \frac{\mu c}{\pi m_0}$  (PV)
- Critério de captação:  $v_m = v(h_m) > 3$

### Absorção na Atmosfera

- Atenuação pelos gases:  $A[\text{dB}] = \alpha_{0_w} r_{e_w} + \alpha_{0_o} r_{e_o}$
- Lei de Ryde:  $\alpha[\text{dB/km}] = KR^\gamma$  em que  $K[\text{dB/km}] = [3(f-2)^2 - 2(f-2)] \times 10^{-4}$  e  $\gamma = [1.14 - 0.07(f-2)^{1/3}] [1 + 0.085(f-3.5) \exp(-0.006f^2)]$  com  $[f] = \text{GHz}$ .
- Atenuação diferencial:  $\alpha_d = \alpha_{\text{II}} - \alpha_{\text{I}}$
- Fase diferencial:  $\varphi_d = \varphi_{\text{II}} - \varphi_{\text{I}}$

- $\begin{bmatrix} E_{r_v} \\ E_{r_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{e_v} \\ E_{e_h} \end{bmatrix}$  com  $T_{11} = T_{\text{I}} \cos^2 \phi + T_{\text{II}} \sin^2 \phi$ ,  $T_{22} = T_{\text{I}} \sin^2 \phi + T_{\text{II}} \cos^2 \phi$  e

$$T_{12} = T_{21} = \frac{T_{\text{II}} - T_{\text{I}}}{2} \sin 2\phi$$

- Coeficientes de polarização cruzada:  $X_{\text{H}} = \frac{|T_{12}|}{|T_{22}|} \Big|_{\text{dB}} = 20 \log \left( \frac{E_{r_v} / E_{e_h}}{E_{r_h} / E_{e_h}} \right) \Big|_{E_{e_v}=0}$

$$X_{\text{V}} = \frac{|T_{21}|}{|T_{11}|} \Big|_{\text{dB}} = 20 \log \left( \frac{E_{r_h} / E_{e_v}}{E_{r_v} / E_{e_v}} \right) \Big|_{E_{e_h}=0}$$

## Desvanecimento

- Distribuição de Rayleigh:  $P(E < E_0) = \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{E_0}{E_m} \right)^2 \ln 2 \right] \right\}^N$  em que  $N$  é o grau de diversidade.
- Distribuição Log-normal:  $P(E < E_0) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln \left( \frac{E_0}{E_m} \right)}{\sqrt{2}\sigma} \right] \right\}$

## Rádio-móvel

- Atenuação suplementar na macro-célula:  $A[\text{dB}] = A_E(h_e) + A_{N+1}(\alpha)$
- Efeito sombra:  $A_{N+1}(\alpha) = \left[ 3.502 g_p - 3.327 g_p^2 + 0.962 g_p^3 \right]^2$  para  $0.01 < g_p < 1$  com  
$$g_p = \sqrt{\frac{W}{\lambda}} \sin \alpha$$
- Efeito multipercurso:  $A_E(h_e) = 0.225 \sqrt{\frac{1}{h_{e_1}^2} + \frac{|\Gamma|^2}{h_{e_2}^2}}$  com  $h_{e_1} = \sqrt{\frac{2 \sin \Phi}{\lambda z}} \left[ (h_m - h_e) + 2z \frac{\sin \alpha}{\sin \Phi} \right]$  e  
$$h_{e_2} = \sqrt{\frac{2 \sin \Phi}{\lambda(2W - z)}} \left[ (h_m - h_e) + 2(2W - z) \frac{\sin \alpha}{\sin \Phi} \right]$$